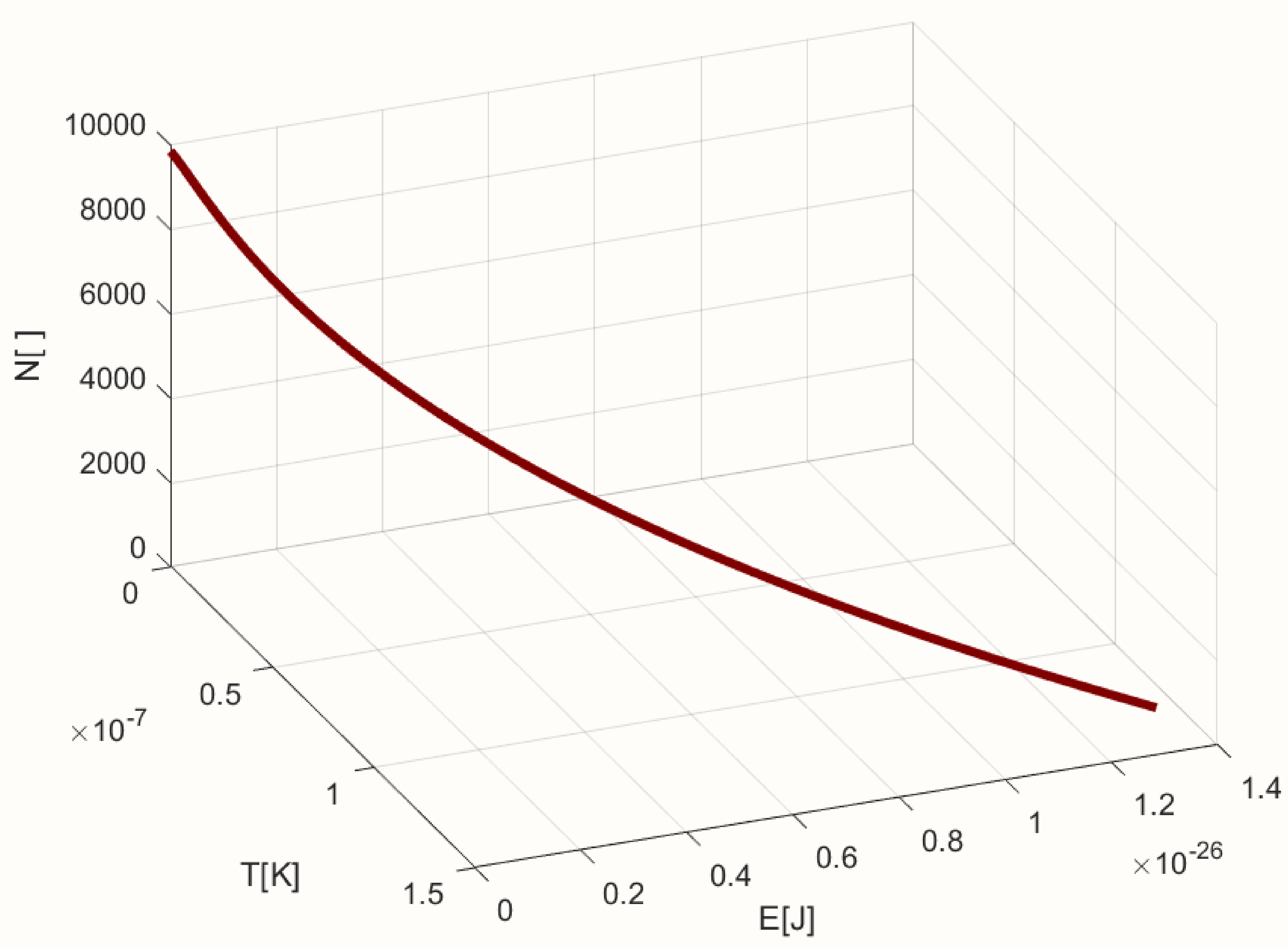
Simulacija Boze-Ajnštajnovog kondenzata

***Sanja Krndija**, Matematička gimnazija, Beograd, sanja.telefon@gmail.com*
*Mentori: **Ana Knežević**, Fizički fakultet, Univerzitet u Beogradu, anaknezevic298@gmail.com*
***Nikola Petreski**, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, nikolapetreski.00@gmail.com*

Teorijski uvod

Boze-Ajnštajnov kondenzat (BEC) je stanje razređenog bozonskog gasa, u kome se makroskopski veliki broj čestica nalazi na najnižem energetskom nivou.
Postoje dve vrste elementarnih čestica: fermioni i bozoni. Između ostalog, njihova razlika je u **Paulijevom principu isključenja**. On govori da dva fermiona ne mogu istovremeno da se nađu u istom stanju. Poznat primer za to su elektroni u atomu. Za bozone (npr. čestice svetlosti) ovaj princip ne važi. Dakle, da bismo uopšte govorili o velikom broju čestica u istom stanju u Boze-Ajnštajnovom kondezatu, moramo govoriti o bozonima.

Slika 1: *Grafik zavisnosti broja čestica u kondenzatu od energije i temperature*

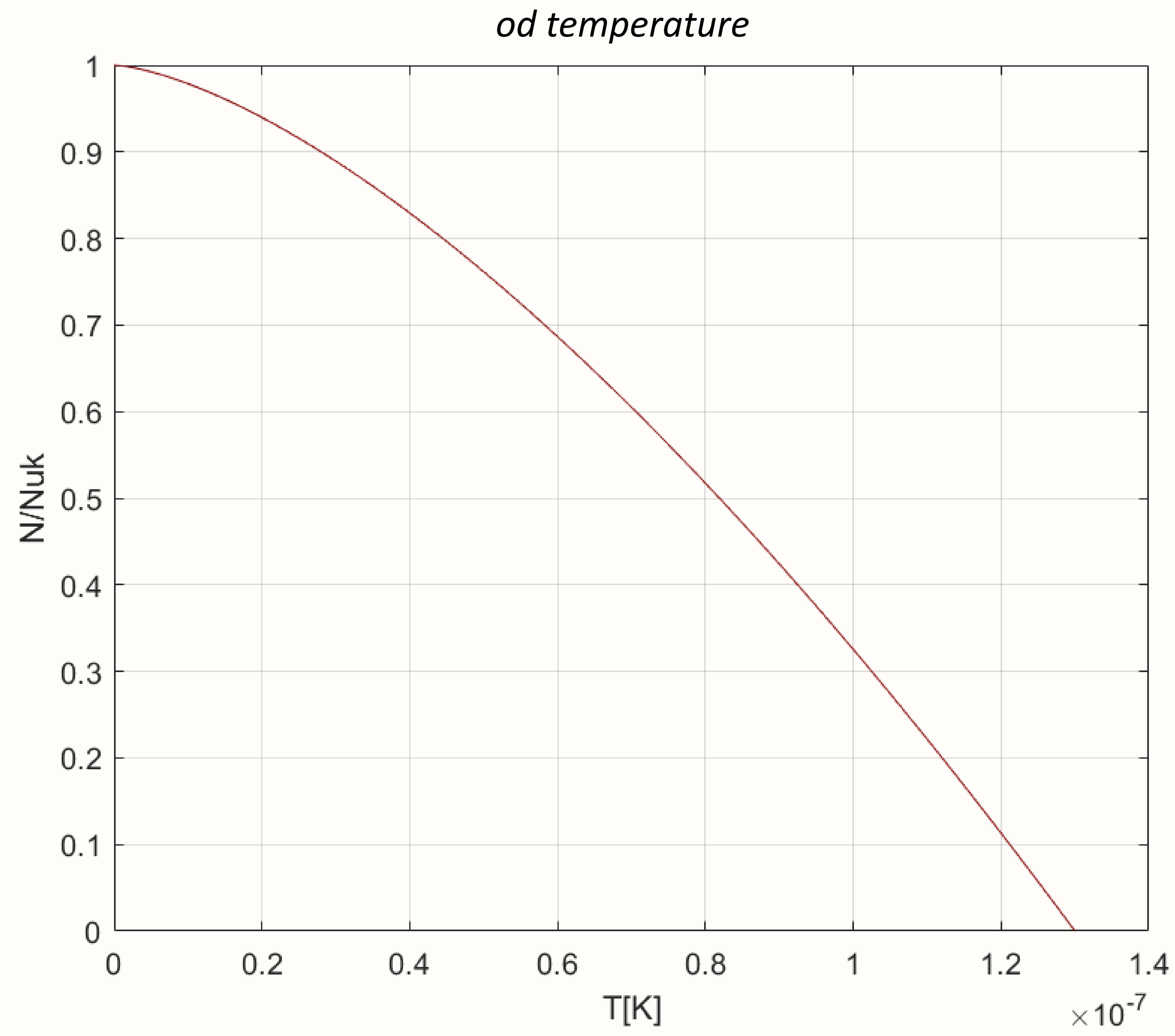


Fazni prelaz je bilo koja tačka posle koje se desi promena u ponašanju sistema. Promena agregatnog stanja je jedan od primera faznog prelaza. U BEC ćemo posmatrati **kritičnu temperaturu**, ispod koje veliki broj čestica padne na najniži energetski nivo. Energija sistema opada sa temperaturom, pa se samim tim nivo najniže energije dostiže oko apsolutne nule. Kada se gas hladi do ovako niskih temperatura, očekivano je da se fazni prelaz u tečno ili čvrsto agregatno stanje desi pre faznog prelaza u BEC. Da bi se ovo izbeglo, koristi se veoma razređen bozonski gas.
Boze-Ajnštajnov kondenzat je značajan jer omogućava uočavanje kvantnih fenomena na makroskopskoj skali.

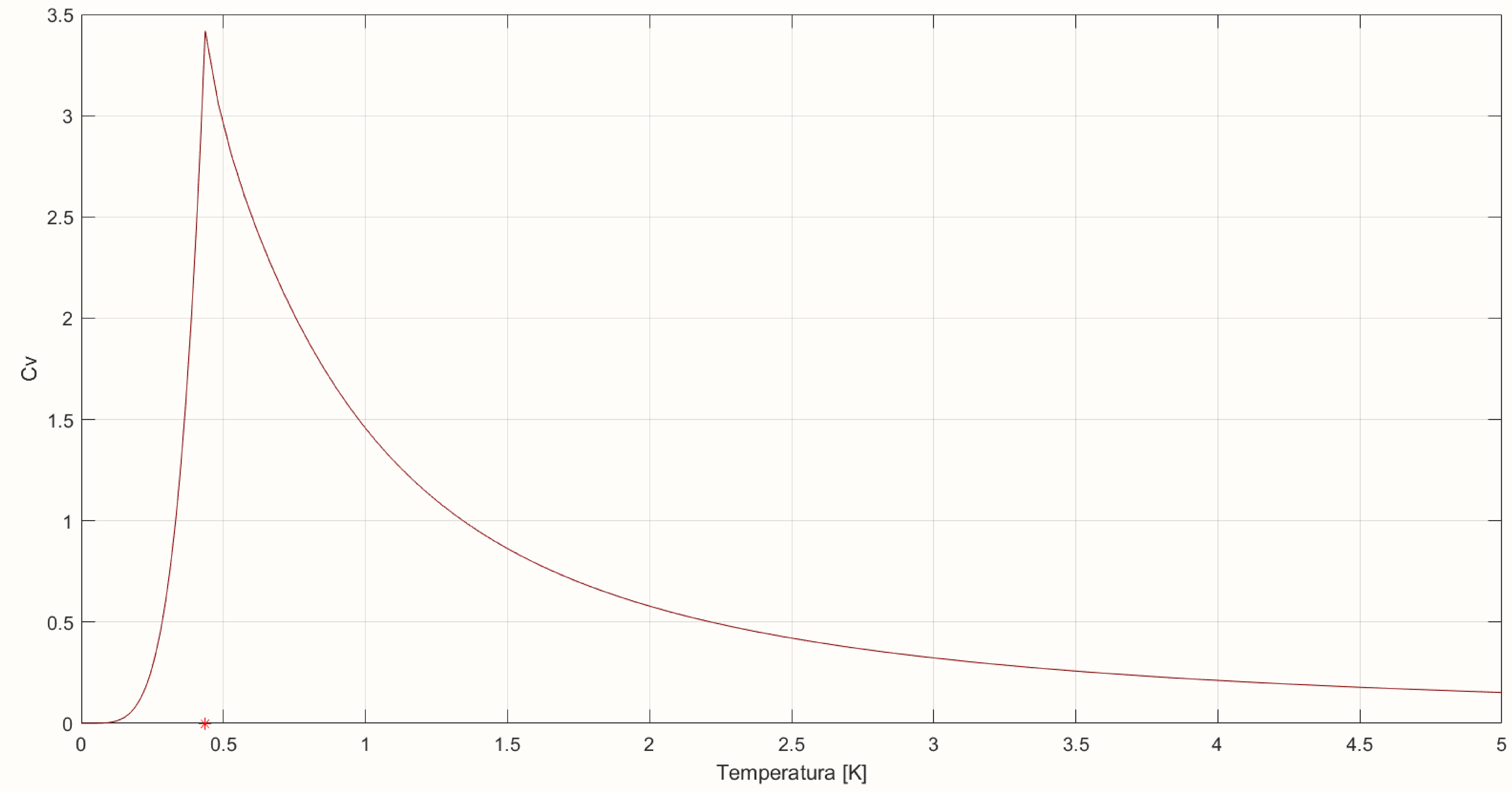
Idealan gas

Kada radimo sa gasom, govorimo o broju čestica reda veličine 10^{23}. Znajući zakone koji važe i sile koje deluju između tih čestica, mogli bismo eventualno da napišemo Šredingerovu jednačinu za sve čestice, ali svakako ne bismo mogli da je rešimo. A čak i da možemo, podatak o položaju svake individualne čestice ne govori mnogo o celom sistemu, njegovoj temperaturi, pritisku…

Slika 2: *Grafik zavisnosti procenta čestica u kondenzatu od temperature*



Slika 3: *Grafik zavisnosti toplotnog kapaciteta od temperature*



Štaviše, s obzirom na to da su bozoni **nerazlučivi**, posmatranje stanja svake čestice dalo bi više informacija nego što je potrebno da bi se opisao sistem. Mnogo više smisla ima posmatrati sva moguća stanja i broj čestica koje zauzimaju svako od njih. U slučaju idealnog gasa, gde nema interakcije između čestica, dovoljno je razmatrati samo kvantnu statističku fiziku. Radimo u termodinamičkom limesu velikog broja čestica.
Metodama statističke fizike može se dobiti raspodela čestica po stanjima na niskim temperaturama, pri čemu je stanje određeno temperaturom, odnosno energijom. Na Slici 1 prikazan je broj čestica koji se nalazi u osnovnom stanju, u zavisnosti od temperature.
Na Slici 2 jasno se vidi da ispod kritične temperature zaista makroskopski udeo čestica zauzima osnovno stanje.
Da bismo bolje ispitali kako se sistem ponaša oko kritične tačke, posmatrajmo toplotni kapacitet. Ispostavlja se da on ispod i iznad kritične temperature izgleda drastično drugačije. Na grafiku sa Slike 3 vidimo da je funkcija toplotnog kapaciteta neprekidna, ali njen izvod nije. Baš ovakvi prekidi su karakteristični za fazne prelaze, tako da je to upravo ono što tražimo.

Razređeni Boze gas

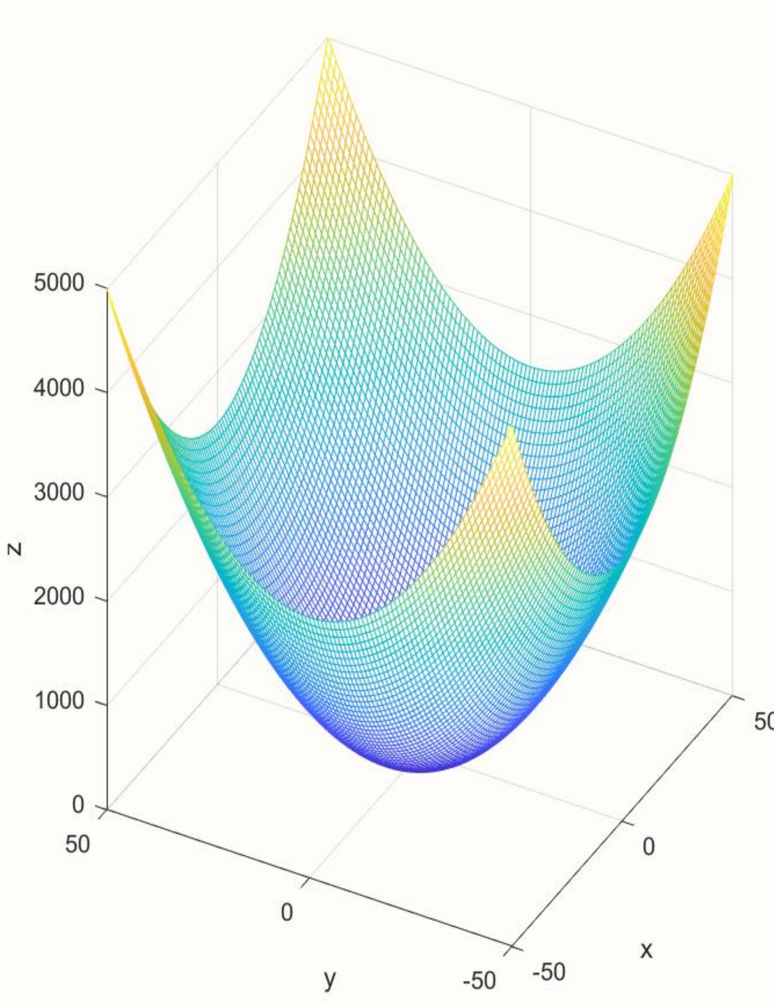
Kada je reč o realnom gasu, pored potencijalne i kinetičke energije, moramo uzeti u obzir i interakciju između čestica. Ovakav sistem opisan je sledećim hamiltonijanom:

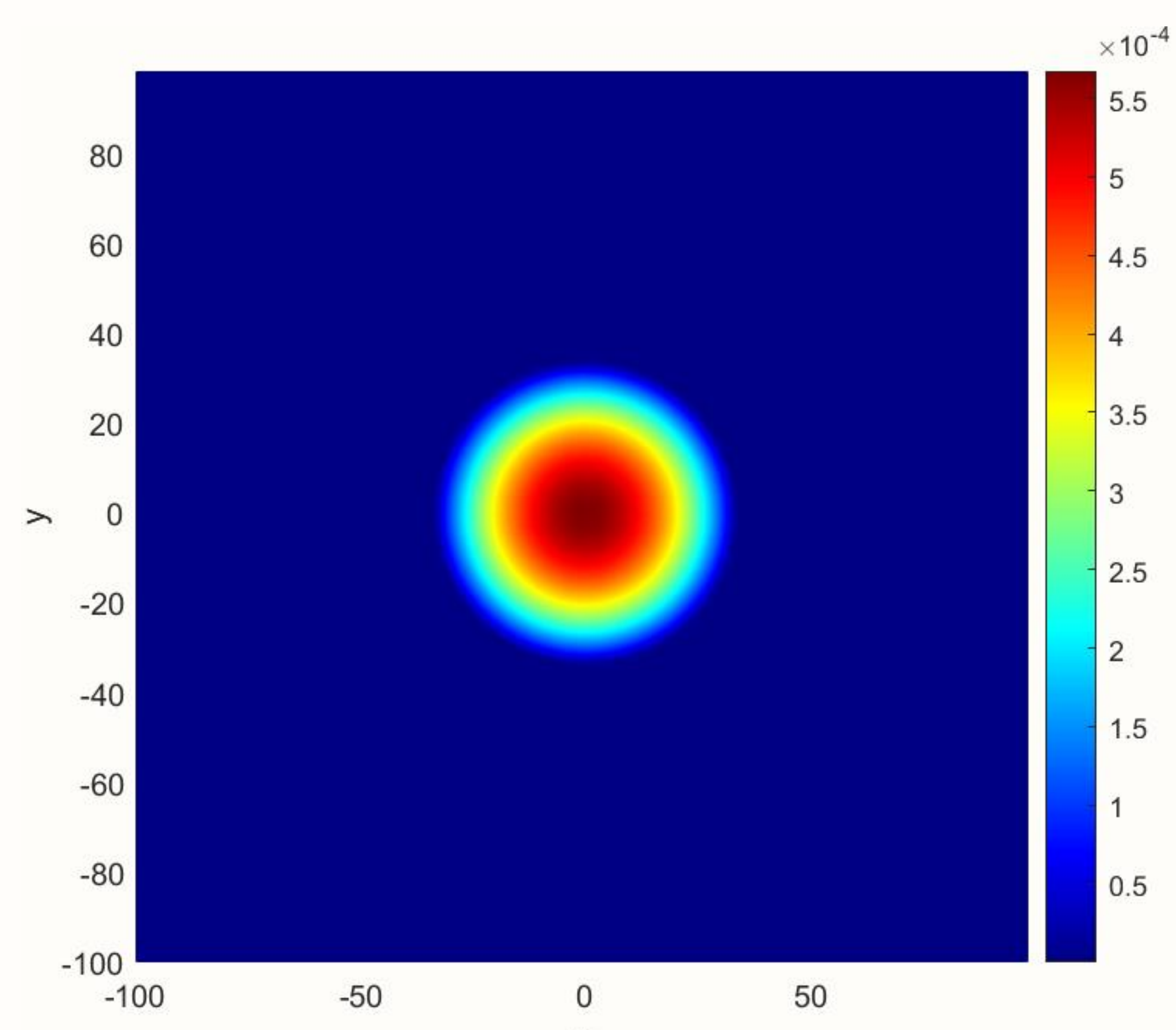
$$H = \sum_{i=0}^{N} \left(\frac{p_i^2}{2m} + V^{(1)}(r_i) \right) + \sum_{i<j} V^{(2)}(r_i, r_j)$$

Nalaženje talasne funkcije za ovakav hamiltonijan je previše složen problem. Zbog toga uvođenjem određenih aproksimacija izvodimo jednačinu koja opisuje osnovno stanje ovog sistema:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + U_0|\psi(r,t)^2| \right)\psi(r) = i\hbar\frac{\partial\psi(r,t)}{\partial t}$$

Ovo je vremenski zavisna Gross-Pitaevskii jednačina. Ova jednačina nema analitičko rešenje. Umesto, toga, rešavana je numerički, za šta je korišćena GPElab biblioteku u matlabu.
Na Slici 4 prikazana je raspodela verovatnoće položaja čestice za potencijalnu jamu oblika parabole. Uočavamo da je najveća verovatnoća da se čestica nađe tamo gde je energija najniža, što je i očekivano u BEC.





Slika 4: *Raspodela verovatnoće da se čestica nađe u određenom položaju*

Konferencija "Korak u nauku", 15 - 17. decembar 2022, Istraživačka stanica Petnica