

Svetlosna lokalizacija

Polaznici: Milica Jovičić i Anđela Babincev

Mentori: Danilo Đokić i Diana Sekulić

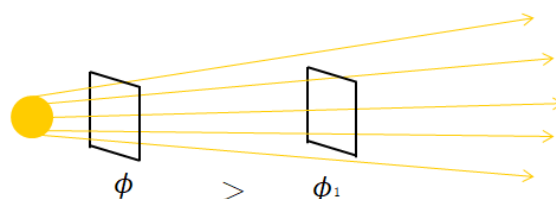
Oktobar 2022

1 Uvod

1.1 Lokalizacija u prostoru

Svetlosna lokalizacija je proces koji podrazumeva određivanje položaja svetlosnog izvora. U velikoj meri se koristi u domenu astronomije za proučavanje i utvrđivanje položaja nebeskih tela koja emituju svetlost (npr. zvezde), kao i u analitičke svrhe u cilju određivanja sastava uzorka spektroskopskim metodama. Ovaj proces temelji se, prevashodno, na prirodi svetlosti i svetlosnog izvora, kao i na svojstvima senzora za detekciju iste.

Kada posmatramo različite izvore svetlosti, očigledno je da se svaki od izvora karakteriše jačinom (intenzitetom) svetlosti koju emituje. Ukoliko pretpostavimo da svetlosni izvor emituje svetlost u svima pravcima (sferno), primetićemo da će se s povećanjem rastojanja od izvora zraci svetlosti širiti, smanjujući fluks (Φ) svetlosne energije (Slika 1).



SLIKA 1: Prikaz fluksa svetlosne energije

Fluks svetlosne energije predstavljen je sledećom relacijom:

$$\Phi = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (1)$$

gde su:

- P - snaga svetlosnog izvora
- r - rastojanje od svetlosnog izvora

Osim rastojanja, na fluks utiče i ugao upadne svetlosti. Shodno tome fluks će biti najveći kada je ugao upadne svetlosti prav, u suprotnom, vrednost fluksa će se smanjiti.

Za detekciju svetlosti koriste se fotoelementi, koji svetlosnu energiju pretvaraju u električnu. Svetlost pri sudaru sa česticom preda deo energije elektronu na površini metala, te ga na taj način izbacuje iz prvobitnog stanja. Albert Ajnštajn je pomoću Plankove jednačine odredio da je za izbacivanje elektrona potrebna tačno određena energija svetlosti i tu količinu nazvao foton (porcija energije). Sama pojava izbijanja elektrona iz materije pod uticajem upadne svetlosti, naziva se fotoelektrični efekat.

U ovom projektu su se za detekciju svetlosti koristili fotootpornici, čiji se rad zasniva na sposobnosti poluprovodnika da menjaju svoju elektroprovodnost u zavisnosti od fluksa svetlosne energije. Suština procesa je sadržana u prelasku elektrona iz valentne u provodnu zonu pod uticajem absorbovane energije.

Zavisnost promene elektroprovodnosti fotootpornika od fluksa tranzitivno inicira prenošenje zavisnosti fluksa od rastojanja i ugla na vrednosti merenja fotootpornika. Samim tim se iz vrednosti dobijenih sa fotootpornika mogu doneti određeni zaključci o položaju svetlosnog izvora.

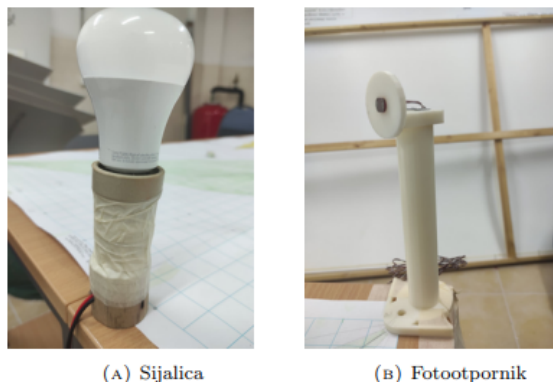
1.2 Formulacija problema

U okviru ovog projekta bilo je neophodno odrediti koordinate sijalice u zavisnosti od napona očitanih sa 4 fotootpornika, postavljenih u temenima pravougaone mreže (koordinatnog sistema) na nivelisanom stolu. Dakle, po uzoru na zavisnost elektroprovodnosti fotootpornika od spomenutih faktora, trebalo je uvideti pravilnosti između napona kalibrisanih na svakom od fotootpornika, rastojanja, i ugla pod kojim se svetlost prostire na površinu fotootpornika, te aproksimativnim metodama odrediti koordinate sijalice.

2 Aparatura i metode

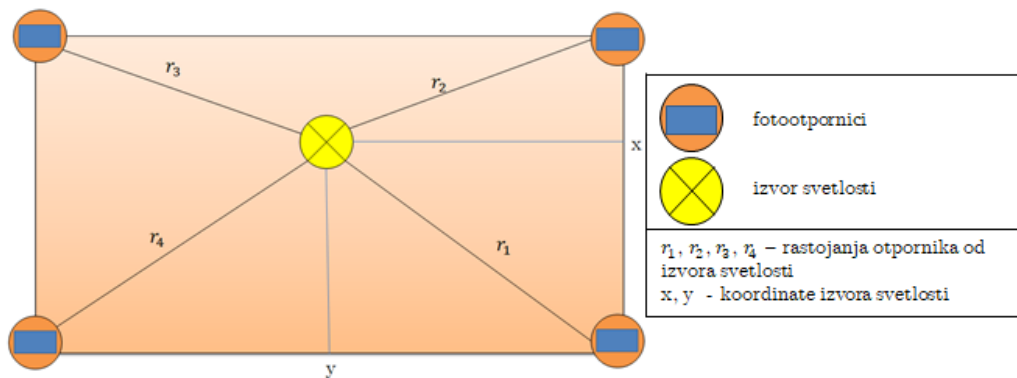
2.1 Opis aparature

Sistem se sastoji iz 2 glavne komponente: 4 fotootpornika (Slika 2: B) povezanih na arduino mikrokontroler i izvora svetlosti, tj. sijalice (Slika 2: A).



SLIKA 2: Komponente sistema

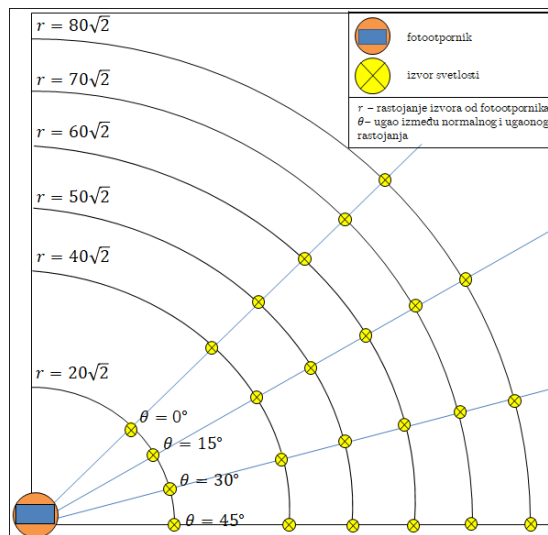
Fotootpornici se postavljaju u temenima pravougaone mreže dimenzija $(112 \times 145)cm$, a sijalica se nalazi u ravni fotootpornika i pomera po mreži. Šema sistema prikazana je na Slici 3.



SLIKA 3: Šema sistema

2.2 Karakteristike fotootpornika

Vrednosti merenja fotootpornika mogu varirati od jednog do drugog, u zavisnosti od proizvođača i opsega greške, tj. njegove tačnosti. Stoga su u cilju analize karakteristika fotootpornika koji čine ovaj sistem, izvršene kalibracije napona u tačkama prikazanim na Slici 4.



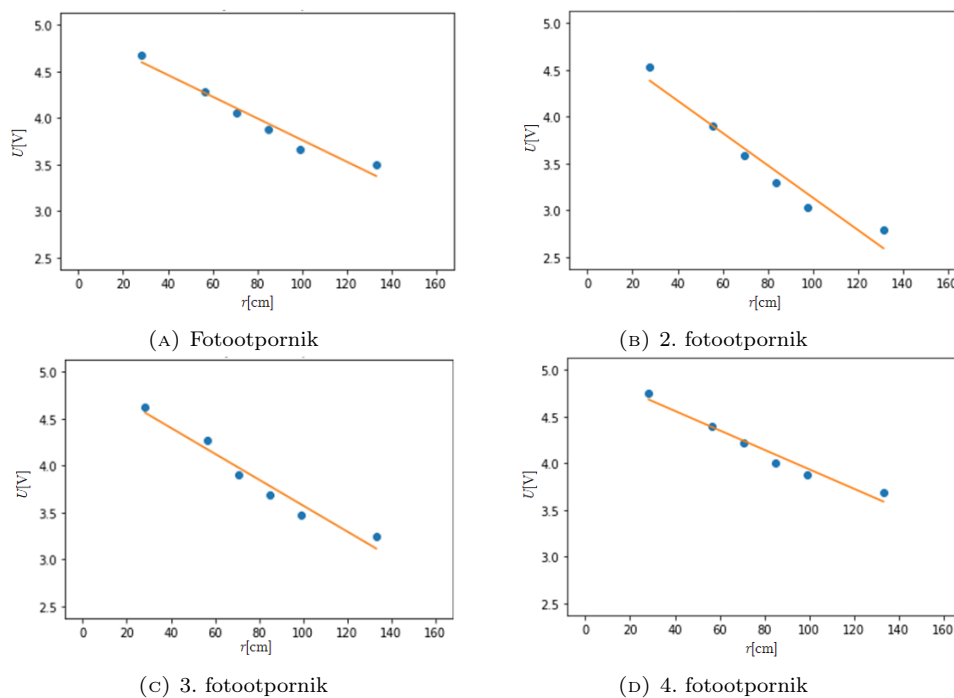
SLIKA 4: Šema merenja

U prvom koraku izvršene su 4 kalibracije. Za svaku od njih očitavane su vrednosti napona na fotootpornicima, tako da se svetlost na površinu istih prostire pod pravim uglom, u slučajevima rastojanja r [cm] sijalice od fotootpornika iz skupa $\{20\sqrt{2}, 40\sqrt{2}, 50\sqrt{2}, 60\sqrt{2}, 70\sqrt{2}, 80\sqrt{2}\}$. Rezultati merenja prikazani su u Tabeli 1:

r [cm]	V_1 [V]	V_2 [V]	V_3 [V]	V_4 [V]
$20\sqrt{2}$	4.68	4.54	4.62	4.75
$40\sqrt{2}$	4.28	3.90	4.17	4.40
$50\sqrt{2}$	4.06	3.59	3.90	4.22
$60\sqrt{2}$	3.88	3.29	3.69	4.00
$70\sqrt{2}$	3.66	3.03	3.47	3.88
$80\sqrt{2}$	3.5	2.79	3.25	3.69

TABELA 1: Vrednosti napona na fotootpornicima

Koristeći rezultate merenja formirane su funkcije zavisnosti napona od rastojanja za svaki fotootpornik, koje pokazuju da je navedena zavisnost linearna.



SLIKA 5: Linearna zavisnost napona od rastojanja

Linearna funkcija se matematički može napisati u obliku $r_i = k_i * u_i + n_i$ za $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, gde je k_i koeficijent pravca a n_i slobodan član. Odatle je izražena vrednost rastojanja r kao:

$$r_i = \frac{U_i - n_i}{k_i} \quad (2)$$

Vrednosti koeficijenta pravca i slobodnog člana za svaki fotootpornik prikazane su u Tabeli 2.

	$k[\frac{cm}{V}]$	$n[cm]$
r_1	5.07057	-0.014535
r_2	5.08829	-0.020737
r_3	5.05841	-0.014535
r_4	5.02957	-0.012357

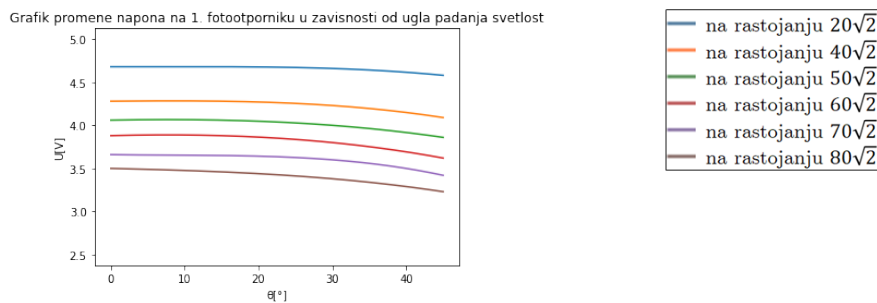
TABELA 2: Koeficijenti linearnih funkcija

Pomoću ovih vrednosti možemo odrediti približnu vrednost rastojanja izvora svetlosti od fotootpornika ako zraci prostiru pod pravim uglom na osnovu vrednosti očitnog napona.

Merenjem vrednosti napona u tačkama na konstantnom realnom rastojanju od fotootpornika, za različite vrednosti ugla prostiranja svetlosti, dobijaju se vrednosti prikazane u sledecim tabelama

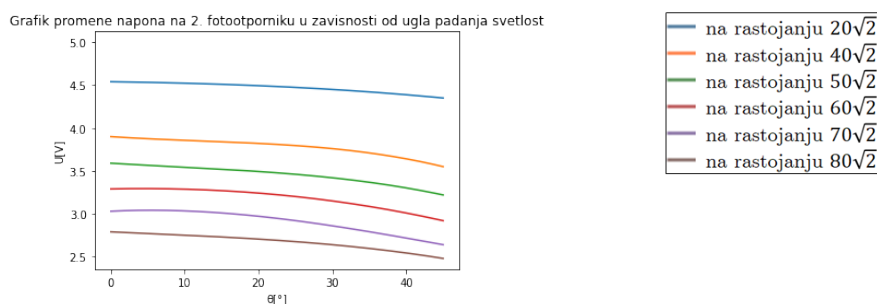
$U [V]$	$r_1 = 20\sqrt{2} [cm]$	$r_2 = 40\sqrt{2} [cm]$	$r_3 = 50\sqrt{2} [cm]$	$r_4 = 60\sqrt{2} [cm]$	$r_5 = 70\sqrt{2} [cm]$	$r_6 = 80\sqrt{2} [cm]$
$\theta_1 = 0 [^\circ]$	4.68	4.28	4.06	3.88	3.66	3.50
$\theta_2 = 15 [^\circ]$	4.68	4.28	4.06	4.88	3.66	3.46
$\theta_3 = 30 [^\circ]$	4.66	4.23	4.00	3.88	3.60	3.38
$\theta_4 = 45 [^\circ]$	4.58	4.09	3.86	3.62	3.42	3.23

TABELA 3: Vrednosti napona na fotootporniku 1



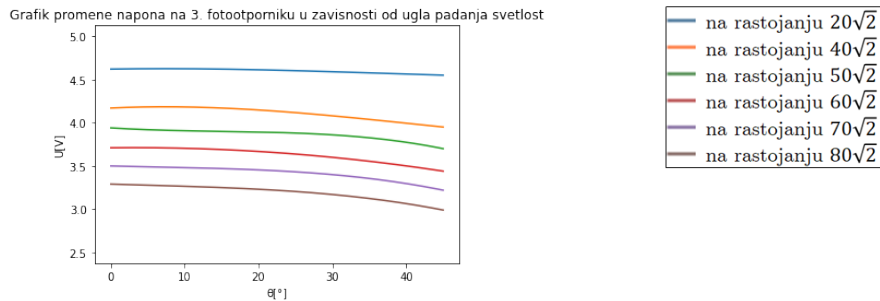
$U [V]$	$r_1 = 20\sqrt{2} [cm]$	$r_2 = 40\sqrt{2} [cm]$	$r_3 = 50\sqrt{2} [cm]$	$r_4 = 60\sqrt{2} [cm]$	$r_5 = 70\sqrt{2} [cm]$	$r_6 = 80\sqrt{2} [cm]$
$\theta_1 = 0 [^\circ]$	4.54	3.90	3.59	3.29	3.03	2.79
$\theta_2 = 15 [^\circ]$	4.51	3.84	3.52	3.27	3.01	2.73
$\theta_3 = 30 [^\circ]$	4.45	3.76	3.42	3.15	2.86	2.64
$\theta_4 = 45 [^\circ]$	4.35	3.55	3.22	2.92	2.64	2.48

TABELA 4: Vrednosti napona na fotootporniku 2



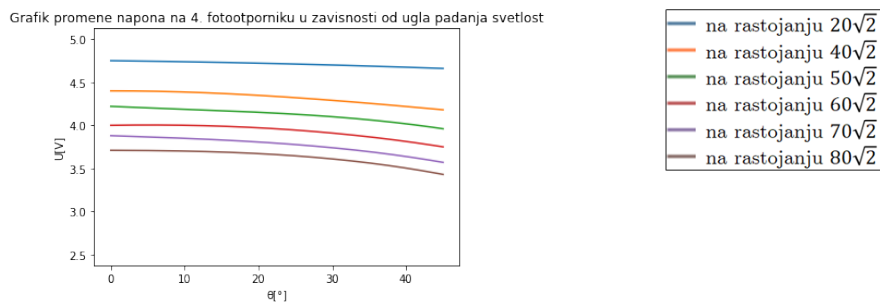
U [V]	$r_1 = 20\sqrt{2}$ [cm]	$r_2 = 40\sqrt{2}$ [cm]	$r_3 = 50\sqrt{2}$ [cm]	$r_4 = 60\sqrt{2}$ [cm]	$r_5 = 70\sqrt{2}$ [cm]	$r_6 = 80\sqrt{2}$ [cm]
$\theta_1 = 0$ [°]	4.62	4.17	3.94	3.71	3.5	3.29
$\theta_2 = 15$ [°]	4.62	4.17	3.90	3.69	3.47	3.25
$\theta_3 = 30$ [°]	4.59	4.08	3.86	3.60	3.40	3.17
$\theta_4 = 45$ [°]	4.55	3.95	3.70	3.44	3.22	2.99

TABELA 5: Vrednosti napona na fotootporniku 3



U [V]	$r_1 = 20\sqrt{2}$ [cm]	$r_2 = 40\sqrt{2}$ [cm]	$r_3 = 50\sqrt{2}$ [cm]	$r_4 = 60\sqrt{2}$ [cm]	$r_5 = 70\sqrt{2}$ [cm]	$r_6 = 80\sqrt{2}$ [cm]
$\theta_1 = 0$ [°]	4.75	4.40	4.22	4.00	3.88	3.71
$\theta_2 = 15$ [°]	4.73	4.37	4.17	3.99	3.83	3.69
$\theta_3 = 30$ [°]	4.70	4.29	4.10	3.91	3.74	3.61
$\theta_4 = 45$ [°]	4.66	4.18	3.96	3.75	3.57	3.43

TABELA 6: Vrednosti napona na fotootporniku 4



Iz dobijenih merenja saznali smo o karakteristikama fotootpornika i eksperimentalno dokazali zavisnosti eletroprovodnosti fotootpornika od rastojanja i ugla prostiranja svetlosti, čije je teorijsko objašnjenje sadržano u uvodu (Slika 4).

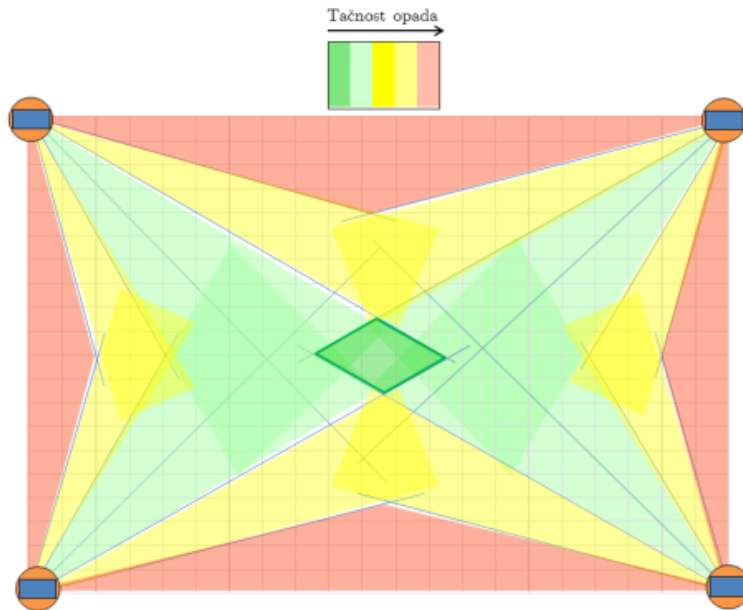
2.3 Hipoteza

Analizom merenja napona s promenom ugla, uvideli smo da za:

1. $\theta \in (0, 15)$ vrednost napona varira u veoma malom opsegu - greske $(0, 0.05)V$
2. $\theta \in (15, 30)$ vrednost napona varira u prihvatljivom opsegu - greske $(0.03, 0.14)V$
3. $\theta \in (30, 45)$ vrednost napona varira u velikom opsegu - greske $(0.07, 0.37)V$

Shodno tome, pretpostvujemo da ćemo za vrednost ugla odklona $\theta \in (0, 15)$ dobiti minimalne kvadratne razlike između realnih i kalibrisanih rastojanja samim tim i najpreciznije određen položaj tačke, a najveće greske za $\theta \in (30, 45)$.

Hipreza o raspodeli greske:



2.4 Osnovni aproksimativni metod lokalizacije

U ovom metodu lokalizacije korišćene su relacije rastojanja i napona dobijene iz odgovarajućih funkcija zavisnosti napona od rastojanja, uz zanemarivanje uticaja ugla prostiranja svetlosti na kalibraciju.

Algoritam dobijanja traženih koordinata zasniva se na sistematskoj pretrazi tačke čija su rastojanja od fotootpornika poznata i čije su vrednosti rastojanja najpribližnije kalibrisanim.

Za potrebe sprovođenja sistematske pretrage, odabrane su 132 tačke na mreži, poznatih koordinata (x, y) gde $x \in \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 112\}$ i $y \in \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 145\}$, koje su uzete za položaj svetlosnog izvora pri novom setu kalibracija. Naime, mereni su naponi na fotootpornicima za svaku odabranu tačku položaja sijalice. Tako da, u bazi podataka sadržane su tačne koordinate i vrednosti napona na svim fotootpornicima za svaku tačku.

Algoritam dobijanja traženih grešaka:

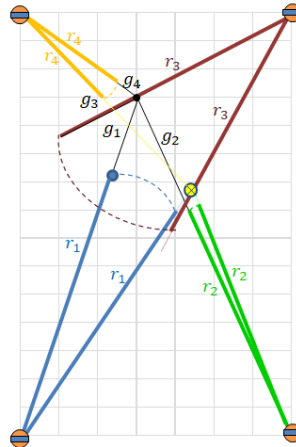
1. Sastavlja se matrica grešaka dobijenih u jednačini rastojanja. Stvorene su 2 for petlje za prolaz kroz mrežu. Korak iteracije je 0,5 cm. Brojači u petljama označavaju koordinate u mreži.
2. Za svaku tačku mreže kroz koju se prolazi utvrđujemo njeno Euklidsko rastojanje od svih fotootpornika. Koordinate fotootpornika su: (0,0), (112,0), (112,145), (0,145).
3. Zatim se određuje kvadratna greška rastojanja dobijenih u funkciji od napona:

$$g_i = (r_i - d_i)^2 \quad (3)$$

$$g = \sum_{i=1}^4 g_i \quad (4)$$

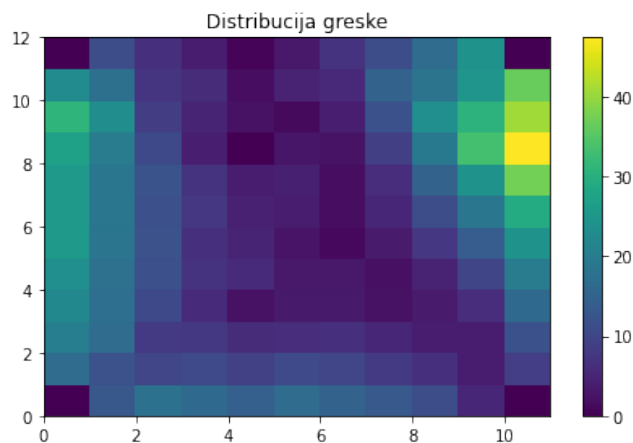
gde su:

- d_i - rastojanja ispitivane tačke od senzora
- r_1 - kalibrisana rastojanja položaja izvora svetlosti u zavisnosti od očitanih napona
- g - zbir kvadratnih grešaka rastojanja



SLIKA 10: Izračunavanje greške

4. Izborom tačke sa najmanjom zbirnom greškom g iz ovako generisane mreže dobijamo kalibrisane koordinate.
5. Računom Euklidskog rastojanja između kalibrisane i realne tačke, dobija se niz od 132 greške, čijim je oblikovanjem stvorena matrica dimenzija 11x12. Matrica je poslužila za prikaz raspodele grešaka (Slika 11).



SLIKA 11: Raspodela grešaka

Sa raspodele grešaka uočava se da je preciznost merenja najveća u centru ($g \in (0.5, 10)cm$), sredini mreže ($g \in (10, 24)cm$), a najmanja u blizini ivica mreže ($g \in (24, 58)cm$), čime je hipoteza optavdana.

Greška predviđene tačke kreće se u opsegu $(0, 58.5)cm$, a srednja vrednost greške iznosi $11.6cm$.

2.5 Poboljšani metod lokalizacije

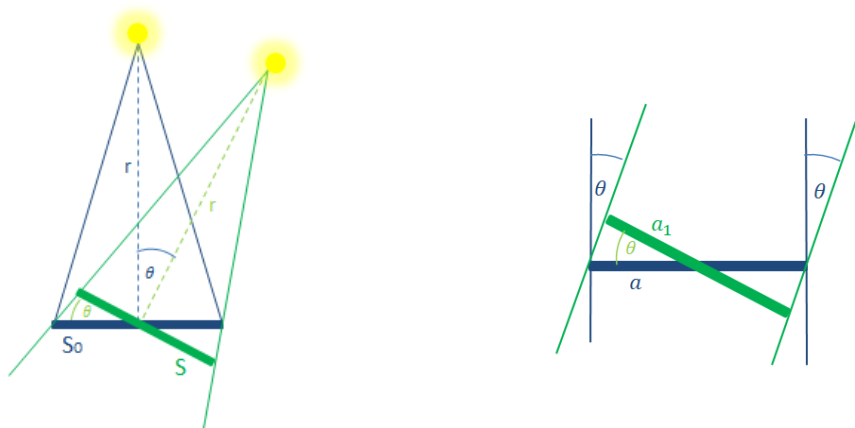
Merenjem je zaključeno da napon na fotootpornicima zavisi i od ugla prostiranja svetlosti na površinu otpornika. U Tabelama 3,4,5 i 6 prikazane su vrednosti napona na svakom od fotootpornika s promenom ugla.

U ovom odeljku cemo izvesti zavisnost promene rastojanja u zavisnosti od ugla prostiranja svetlosti.

Označimo sa S_0 površinu fotootpornika. Kada zraci padaju na fotootpornik pod pravim uglom, fotootpornik ih očitava na celoj svojoj površini.

Označimo sa n udeo površine na koju se prostire svetlost u sferi kada zraci svetlosti padaju normalno na nju, a sa r normalno rastojanje. Tada je:

$$n = \frac{S_0}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{S_0}{r^2} \quad (5)$$



(A) Pomeranje sijalice za ugao

(B) Uvećani prikaz

SLIKA 12: Prikaz ugla prostiranja svetlosti

Neka je n' udeo površine na koju se prostire svetlost u sferi kada se izvor svetlosti otkloni za ugao θ u odnosu na normalno rastojanje r (Slika A).

$$n' = \frac{S_0 \cos \theta}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{S_0}{\left(\frac{r}{\cos \theta}\right)^2} \quad (6)$$

Označimo sa r_{ef} efektivnu vrednost rastojanja koju dobijamo na osnovu linearne kalibracije napona očitano na fotootporniku ukoliko se izvor svetlost nalazi pod uglom θ u odnosu na normalu na otpornikna realnom rastojanju r .

Kako je udeo površine na koju se prostire svetlost u sferi konstantna vrednost, imamo $n = n'$ i jednačina (5) i (6) sledi:

$$r_{ef} = \frac{r}{\sqrt{\cos \theta}} \quad (7)$$

Izračunavanje ugla za tačku iz mreže potencijalnih, ispitivanih tačaka:

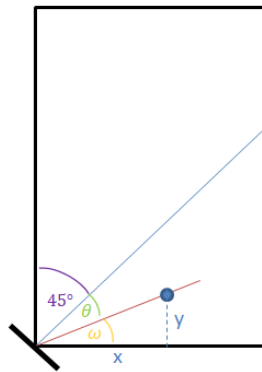
$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right) = \cos \theta \quad (8)$$

$$\cos \theta = \cos \frac{\pi}{4} \cos \omega + \sin \frac{\pi}{4} \sin \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \quad (9)$$

Gde se $\cos \omega$ i $\sin \omega$ mogu izračunati iz vrednosti realnih koordinata x i y izabrane tačke u kojoj se nalazi izvor svetlosti na rastojanju r pod uglom θ u odnosu na koordinatni početak $(0,0)$ u kom se (Slika 11):

$$\cos \omega = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (10)$$

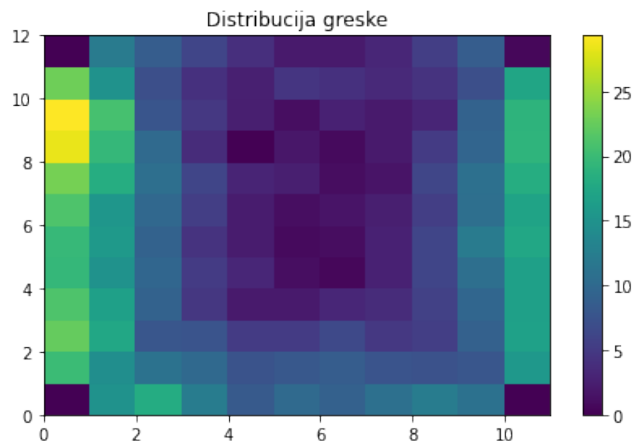
$$\sin \omega = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (11)$$



SLIKA 13: Prikaz uglova

Jedina razlika u algoritmu određivanja raspodele greške navedenom u odeljku 2.3 je da pri generisanju mreže potencijalnih tačaka umesto Euklidskog rastojanja od fotoreceptora, za svaku tačku mreže $112 \times 145cm$ računamo odgovarajuće efektivno rastojanje koje bi odgovaralo naponu na fotootporniku kada bi se izvor nalazio u toj tački.

Raspodela dobijenih grešaka prikazana je na Slici 14:

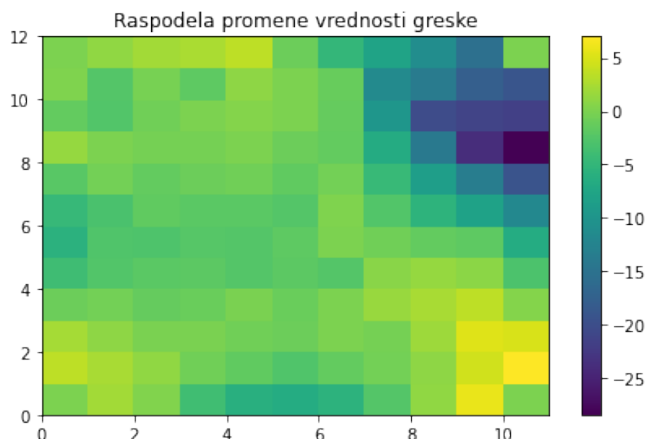


SLIKA 14: Nova raspodela grešaka

Greška predviđene tačke kreće se u opsegu $(0, 29.33)cm$, a srednja vrednost greške iznosi $8.68cm$.

3 Rezultati i diskusija

Upoređivanjem vrednosti grešaka dobijenih kalibrisanjem bez i sa uzimanjem u obzir zavisnost napona od ugla dobija se za $3cm$ manja vrednost srednje greške.



SLIKA 15: Raspodela smanjenja greške

4 Zaključak

Zaključujemo da uzimanje u obzir zavisnost napona od ugla prostiranja svetlosti dovodi do optimizacije modela i generisanja tačaka sa većom preciznošću.

Analizom raspodele grešaka uviđamo da je na horizontalnim rubovima greška optimalna i u intervalu $(0, 6)cm$, dok na vertikalnim rubovima greška dostiže vrednost od $28.39cm$. Razlog tome je nedovoljan broj tačaka (vrednosti) na osnovu kojih je vršena kalibracija. Naša najdalja izmerena tačka je na rastojanju $80\sqrt{2}cm = 113.2cm$, a najveće rastojanje na tabli je dijagonala dužine $183.2cm$. Kako sa porastom rastojanja vrednost očitano napona brže opada, za velika rastojanja kalibracija daje vrednosti veće od realnih, a naša tačna fizička zavisnost od ugla očekuje manju vrednost od realne, te su greške procene veće od optimalnih. Ovaj problem se lako rešava dodavanjem vrednosti merenja za rastojanja $90\sqrt{2}cm$, $100\sqrt{2}cm$, $110\sqrt{2}cm$ i $120\sqrt{2}cm$. Očekivana vrednost greške je u intervalu $(0, 10)cm$ sa maksimalnim greskama na vertikalnim rubovima.